

Пробник № 1 для 8 класса
Ольга Себедаш. Школа ЕГЭ-тренинг
уровень: стандартный

формат ЕГЭ-2027 (задания 1–20) — на материале, пройденном к началу 8 класса
 экземпляр с решениями: слово решение рядом с номером задачи — ссылка на разбор

→ условия варианта

→ условия + ответы

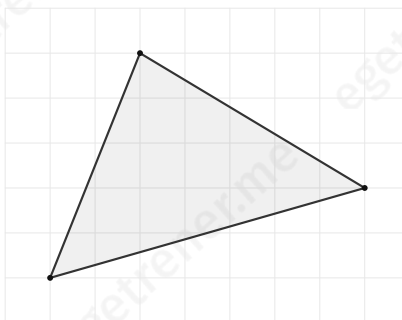
→ кабинет учителя

→ все пробники

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь.

- решение В треугольнике ABC проведена биссектриса AD . Угол B равен 66° , угол ADC равен 110° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.
- решение На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



- решение Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда с длиной 40 см, шириной 25 см и высотой 30 см. Найдите объём аквариума. Ответ дайте в литрах ($1 \text{ л} = 1000 \text{ см}^3$).
- решение На школьную научную конференцию приехали 24 участника: 10 из Пскова, 6 из Твери и 8 из Смоленска. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что пятым будет выступать участник из Твери.
- решение Фабрика выпускает сумки. В среднем 8 сумок из 400 выпущенных имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что случайно выбранная сумка окажется без скрытого дефекта.
- решение В таблице показано, сколько задач решили участники математического кружка на каждом из семи занятий.

Занятие	1	2	3	4	5	6	7
Число задач	4	6	7	9	11	12	21

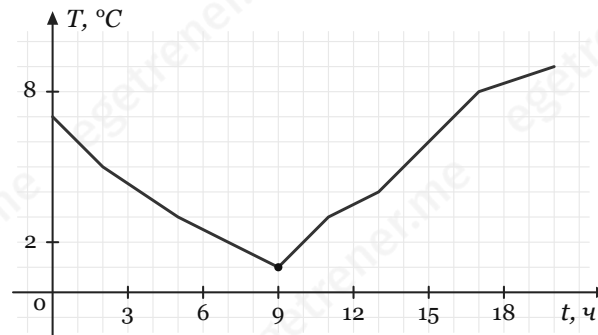
На сколько среднее арифметическое этого набора чисел больше его медианы?

- решение Решите уравнение $5(x - 3) - 2(x + 4) = 13$.

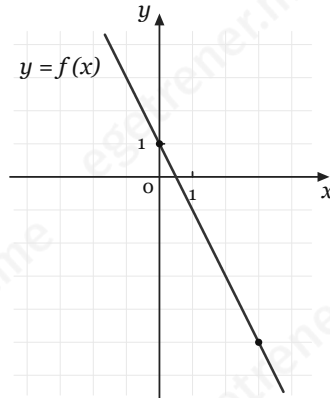
- решение Найдите значение выражения

$$\frac{63^2 - 37^2}{26}.$$

9. [решение](#) На рисунке изображён график изменения температуры воздуха в течение суток. По горизонтальной оси отложено время в часах, по вертикальной — температура в градусах Цельсия. Определите по рисунку, в какой час температура была наименьшей на отрезке времени от 3 до 15 часов.



10. [решение](#) Сила упругости пружины вычисляется по закону Гука $F = kx$, где F — сила в ньютонах, x — удлинение пружины в метрах, k — жёсткость пружины. При удлинении пружины на $x = 0,06$ м сила упругости равна 15 Н. Найдите жёсткость пружины. Ответ дайте в Н/м.
11. [решение](#) За 3 одинаковые тетради и 2 одинаковые ручки заплатили 168 рублей, а за 5 таких же тетрадей и 4 такие же ручки — 296 рублей. Сколько рублей стоит одна тетрадь?
12. [решение](#) На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(-8)$.



13. [решение](#) Вкладчик открыл в банке вклад на 50 000 рублей под 10% годовых. Каждый год банк начисляет 10% на сумму, находящуюся на вкладе к этому моменту, — проценты прошлых лет тоже участвуют в начислении. Вкладчик ничего не снимает и не добавляет. Сколько рублей будет на вкладе через два года?

Часть 2

При выполнении заданий 14–20 запишите полное обоснованное решение.

14. [решение](#) а) Решите уравнение

$$x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2, 5; 4]$.

15. [решение](#) Отрезки AB и CD пересекаются в точке O и делятся ею пополам.

а) Докажите, что прямые AC и BD параллельны.

б) Найдите угол ODB , если $\angle OAC = 25^\circ$, $\angle AOC = 105^\circ$. Ответ дайте в градусах.

16. [решение](#) Решите уравнение

$$\frac{(x+3)^2 - 16}{x+7} = 0.$$

17. [решение](#) У фермера есть 36 м металлической сетки. Он хочет огородить ею участок под грядки в форме прямоугольника, используя всю сетку. Какова наибольшая возможная площадь такого участка? Укажите его размеры.

18. [решение](#) Через вершину B треугольника ABC проведена прямая, параллельная биссектрисе AL этого треугольника. Она пересекает продолжение стороны CA за точку A в точке K .

а) Докажите, что треугольник ABK равнобедренный.

б) Найдите длину отрезка CK , если $AC = 6$ и $AB = 4$.

19. [решение](#) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2x - a = x - 1$ не имеет корней.

20. [решение](#) а) Можно ли представить число 2025 в виде суммы двух последовательных натуральных чисел?

б) Можно ли представить число 2025 в виде суммы четырёх последовательных натуральных чисел?

в) Какое наибольшее количество слагаемых может быть в представлении числа 2025 суммой последовательных натуральных чисел?

ОТВЕТЫ

1.	26
2.	15,5
3.	30
4.	0,25
5.	0,98
6.	1
7.	12
8.	100
9.	9
10.	250
11.	40
12.	17
13.	60 500
14.	а) -3 ; -2 ; 3 ; б) -2 ; 3
15.	б) 50°
16.	1
17.	81 м^2 ; участок $9 \text{ м} \times 9 \text{ м}$
18.	б) 10
19.	$a = -1$
20.	а) да; б) нет; в) 54

РЕШЕНИЯ

Задание 1. [↑ назад к условию](#)

В треугольнике ABC проведена биссектриса AD . Угол B равен 66° , угол ADC равен 110° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.

Решение.

Угол ADC — внешний угол треугольника ABD ; он равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним:

$$\angle BAD = 110^\circ - 66^\circ = 44^\circ$$

AD — биссектриса угла A , поэтому

$$\angle BAC = 2 \cdot 44^\circ = 88^\circ$$

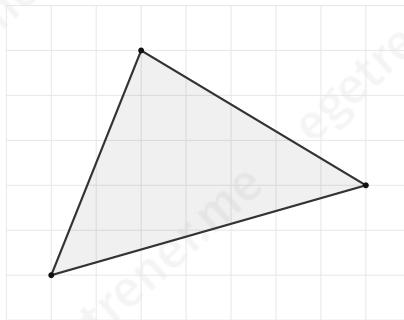
По теореме о сумме углов треугольника:

$$\angle C = 180^\circ - 66^\circ - 88^\circ = 26^\circ$$

Ответ: 26.

Задание 2. [↑ назад к условию](#)

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Решение.

Достроим треугольник до прямоугольника 7×5 по линиям сетки и вычтем из его площади площади трёх прямоугольных треугольников:

$$S = 7 \cdot 5 - \frac{7 \cdot 2}{2} - \frac{5 \cdot 3}{2} - \frac{2 \cdot 5}{2} = 35 - 7 - 7,5 - 5 = 15,5$$

Ответ: 15,5.

Задание 3. [↑ назад к условию](#)

Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда с длиной 40 см, шириной 25 см и высотой 30 см. Найдите объём аквариума. Ответ дайте в литрах ($1 \text{ л} = 1000 \text{ см}^3$).

Решение.

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению трёх его измерений:

$$V = 40 \cdot 25 \cdot 30 = 30\,000 \text{ см}^3 = 30 \text{ л}$$

Ответ: 30.

Задание 4. [↑ назад к условию](#)

На школьную научную конференцию приехали 24 участника: 10 из Пскова, 6 из Твери и 8 из Смоленска. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что пятым будет выступать участник из Твери.

Решение.

Каждый из 24 участников может оказаться пятым с одной и той же вероятностью, благоприятных исходов 6 (участники из Твери):

$$P = \frac{6}{24} = 0,25$$

Ответ: 0,25.

Задание 5. [↑ назад к условию](#)

Фабрика выпускает сумки. В среднем 8 сумок из 400 выпущенных имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что случайно выбранная сумка окажется без скрытого дефекта.

Решение.

Сумок без скрытого дефекта в среднем $400 - 8 = 392$ из 400:

$$P = \frac{392}{400} = 0,98$$

Ответ: 0,98.

Задание 6. [↑ назад к условию](#)

В таблице показано, сколько задач решили участники математического кружка на каждом из семи занятий.

Занятие	1	2	3	4	5	6	7
Число задач	4	6	7	9	11	12	21

На сколько среднее арифметическое этого набора чисел больше его медианы?

Решение.

Среднее арифметическое набора:

$$\frac{4 + 6 + 7 + 9 + 11 + 12 + 21}{7} = \frac{70}{7} = 10$$

Набор 4, 6, 7, 9, 11, 12, 21 уже упорядочен, чисел семь — медиана равна четвёртому числу: 9.

$$10 - 9 = 1$$

Ответ: 1.

Задание 7. [↑ назад к условию](#)

Решите уравнение $5(x - 3) - 2(x + 4) = 13$.

Решение.

$$5(x - 3) - 2(x + 4) = 13$$

$$5x - 15 - 2x - 8 = 13$$

$$3x = 36$$

$$x = 12$$

Ответ: 12.

Задание 8. [↑ назад к условию](#)

Найдите значение выражения

$$\frac{63^2 - 37^2}{26}.$$

Решение.

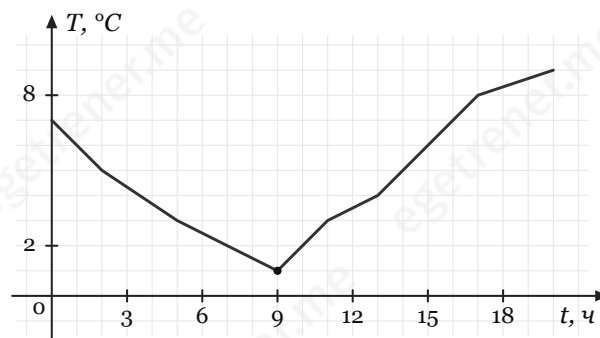
По формуле разности квадратов $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$:

$$\frac{63^2 - 37^2}{26} = \frac{(63 - 37)(63 + 37)}{26} = \frac{26 \cdot 100}{26} = 100$$

Ответ: 100.

Задание 9. [↑ назад к условию](#)

На рисунке изображён график изменения температуры воздуха в течение суток. По горизонтальной оси отложено время в часах, по вертикальной — температура в градусах Цельсия. Определите по рисунку, в какой час температура была наименьшей на отрезке времени от 3 до 15 часов.



Решение.

По графику: на отрезке от 3 до 9 часов температура убывает, от 9 до 15 часов — возрастает.

Наименьшая температура на отрезке $[3; 15]$ была в момент $t = 9$.

Ответ: 9.

Задание 10. [↑ назад к условию](#)

Сила упругости пружины вычисляется по закону Гука $F = kx$, где F — сила в ньютонах, x — удлинение пружины в метрах, k — жёсткость пружины. При удлинении пружины на $x = 0,06$ м сила упругости равна 15 Н. Найдите жёсткость пружины. Ответ дайте в Н/м.

Решение.

Из закона Гука $F = kx$:

$$k = \frac{F}{x} = \frac{15}{0,06} = 250$$

Ответ: 250.

Задание 11. [↑ назад к условию](#)

За 3 одинаковые тетради и 2 одинаковые ручки заплатили 168 рублей, а за 5 таких же тетрадей и 4 такие же ручки — 296 рублей. Сколько рублей стоит одна тетрадь?

Решение.

Пусть тетрадь стоит x рублей, ручка — y рублей.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 168 \\ 5x + 4y = 296 \end{cases}$$

Умножим первое уравнение на 2:

$$6x + 4y = 336$$

Вычтем из него второе уравнение:

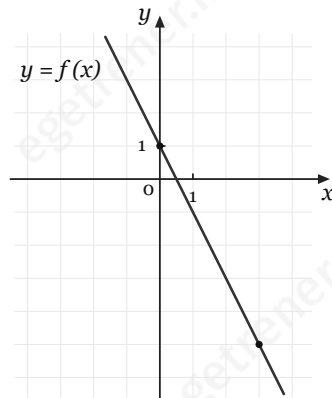
$$x = 336 - 296 = 40$$

Проверка: $y = \frac{168 - 3 \cdot 40}{2} = 24$; тогда $5 \cdot 40 + 4 \cdot 24 = 296$ — верно.

Ответ: 40.

Задание 12. [↑ назад к условию](#)

На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(-8)$.



Решение.

График проходит через точки $(0; 1)$ и $(3; -5)$:

$$f(0) = b = 1$$

$$f(3) = 3k + 1 = -5, \quad k = -2$$

$$f(-8) = -2 \cdot (-8) + 1 = 17$$

Ответ: 17.

Задание 13. [↑ назад к условию](#)

Вкладчик открыл в банке вклад на 50 000 рублей под 10% годовых. Каждый год банк начисляет 10% на сумму, находящуюся на вкладе к этому моменту, — проценты прошлых лет тоже участвуют в начислении. Вкладчик ничего не снимает и не добавляет. Сколько рублей будет на вкладе через два года?

Решение.

Через год на вкладе будет

$$50\,000 \cdot 1,1 = 55\,000$$

рублей. Ещё через год проценты начисляются уже на эту сумму:

$$55\,000 \cdot 1,1 = 60\,500$$

Ответ: 60 500.

Задание 14. [↑ назад к условию](#)

а) Решите уравнение

$$x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2,5; 4]$.

Решение.

а)

$$x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$$

$$x^2(x + 2) - 9(x + 2) = 0$$

$$(x + 2)(x^2 - 9) = 0$$

$$(x + 2)(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$

б) отбор корней на отрезке $[-2,5; 4]$: корень -3 не входит в отрезок, так как $-3 < -2,5$; корни -2 и 3 входят:

$$-2,5 \leq -2 \leq 4, \quad -2,5 \leq 3 \leq 4$$

Ответ: а) $-3; -2; 3$; б) $-2; 3$.

Задание 15. [↑ назад к условию](#)

Отрезки AB и CD пересекаются в точке O и делятся ею пополам.

а) Докажите, что прямые AC и BD параллельны.

б) Найдите угол ODB , если $\angle OAC = 25^\circ$, $\angle AOC = 105^\circ$. Ответ дайте в градусах.

Решение.

а) 1) $AO = OB$ и $CO = OD$ — точка O делит каждый из отрезков пополам (условие).

2) $\angle AOC = \angle BOD$ (вертикальные углы).

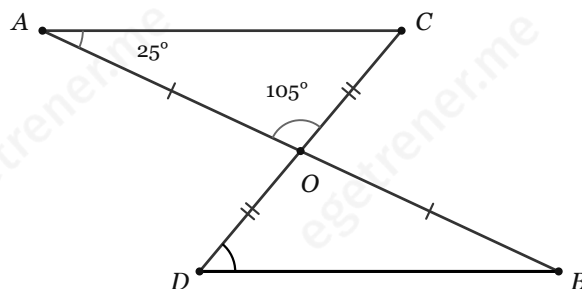
3) $\triangle AOC = \triangle BOD$ — по двум сторонам и углу между ними (первый признак равенства треугольников).

4) $\angle OAC = \angle OBD$ — соответственные элементы равных треугольников. Это накрест лежащие углы при прямых AC и BD и секущей AB , значит $AC \parallel BD$ (признак параллельности прямых). ■

б) 1) В треугольнике AOC по теореме о сумме углов:

$$\angle OCA = 180^\circ - 105^\circ - 25^\circ = 50^\circ$$

2) $\angle ODB = \angle OCA = 50^\circ$ — соответственные элементы равных треугольников AOC и BOD .



Ответ: 50° .

Задание 16. [↑ назад к условию](#)

Решите уравнение

$$\frac{(x+3)^2 - 16}{x+7} = 0.$$

Решение.

$$\frac{(x+3)^2 - 16}{x+7} = 0$$

Дробь равна нулю, когда её числитель равен нулю, а знаменатель отличен от нуля. Разложим числитель по формуле разности квадратов:

$$(x+3)^2 - 4^2 = (x+3-4)(x+3+4) = (x-1)(x+7)$$

$$\begin{cases} (x-1)(x+7) = 0 \\ x+7 \neq 0 \end{cases}$$

$$x = 1$$

Корень числителя $x = -7$ посторонний: при нём знаменатель дроби обращается в нуль.

Ответ: 1.

Задание 17. [↑ назад к условию](#)

У фермера есть 36 м металлической сетки. Он хочет огородить ею участок под грядки в форме прямоугольника, используя всю сетку. Какова наибольшая возможная площадь такого участка? Укажите его размеры.

Решение.

Пусть одна сторона участка равна a м ($0 < a < 18$), тогда другая равна $(18 - a)$ м: в сумме две соседние стороны дают половину длины сетки. Площадь участка:

$$S(a) = a(18 - a)$$

Выделим полный квадрат:

$$a(18 - a) = 18a - a^2 = 81 - (81 - 18a + a^2) = 81 - (9 - a)^2$$

Квадрат любого числа неотрицателен: $(9 - a)^2 \geq 0$, поэтому

$$S(a) = 81 - (9 - a)^2 \leq 81$$

причём $S(a) = 81$ только при $a = 9$. Значит, наибольшая площадь участка равна 81 м^2 — это квадрат со сторонами 9 м и $18 - 9 = 9$ м.

Ответ: наибольшая площадь 81 м^2 ; участок — квадрат $9 \text{ м} \times 9 \text{ м}$.

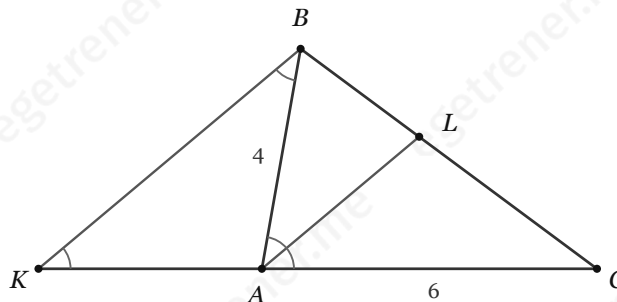
Задание 18. [↑ назад к условию](#)

Через вершину B треугольника ABC проведена прямая, параллельная биссектрисе AL этого треугольника. Она пересекает продолжение стороны CA за точку A в точке K .

- а) Докажите, что треугольник ABK равнобедренный.
 б) Найдите длину отрезка CK , если $AC = 6$ и $AB = 4$.

Решение.

- а) 1) $\angle ABK = \angle BAL$ — накрест лежащие углы при параллельных прямых KB и AL и секущей AB .
 2) $\angle AKB = \angle LAC$ — соответственные углы при тех же параллельных прямых и секущей KC .
 3) $\angle BAL = \angle LAC$ — AL биссектриса угла BAC .
 4) Значит, $\angle ABK = \angle AKB$, и треугольник ABK равнобедренный: $AK = AB$ (признак равнобедренного треугольника). ■
 б) 1) По пункту а): $AK = AB = 4$.
 2) Точка K лежит на продолжении стороны CA за точку A , поэтому точка A лежит между C и K :
 $CK = CA + AK = 6 + 4 = 10$



Ответ: 10.

Задание 19. [↑ назад к условию](#)

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2x - a = x - 1$ не имеет корней.

Решение.

$$a^2x - a = x - 1$$

$$a^2x - x = a - 1$$

$$(a - 1)(a + 1)x = a - 1$$

При $a = 1$ уравнение принимает вид $0 \cdot x = 0$ — корнем является любое число.

При $a = -1$ уравнение принимает вид $0 \cdot x = -2$ — корней нет.

При $a \neq \pm 1$ обе части можно разделить на $(a - 1)(a + 1) \neq 0$ — уравнение имеет единственный корень $x = \frac{1}{a+1}$.

Корней нет только при $a = -1$.

Ответ: $a = -1$.

Задание 20. [↑ назад к условию](#)

- а) Можно ли представить число 2025 в виде суммы двух последовательных натуральных чисел?
 б) Можно ли представить число 2025 в виде суммы четырёх последовательных натуральных чисел?
 в) Какое наибольшее количество слагаемых может быть в представлении числа 2025 суммой последовательных натуральных чисел?

Решение.

а) Да:

$$2025 = 1012 + 1013$$

б) Сумма четырёх последовательных натуральных чисел

$$a + (a + 1) + (a + 2) + (a + 3) = 4a + 6$$

— чётное число при любом натуральном a , а 2025 нечётно. Нельзя.

в) Пусть слагаемых m и первое из них равно a . Запишем сумму дважды — в прямом и в обратном порядке — и сложим по парам: каждая пара даёт $2a + m - 1$, а пар ровно m , поэтому

$$a + (a + 1) + \dots + (a + m - 1) = \frac{m(2a + m - 1)}{2} = 2025$$

$$m(2a + m - 1) = 4050 = 2 \cdot 3^4 \cdot 5^2$$

Второй множитель больше первого: $2a + m - 1 \geq m + 1$ при $a \geq 1$. Значит, $m^2 < 4050$, то есть $m \leq 63$.

Число m — делитель числа 4050. Двойка входит в разложение 4050 в первой степени, поэтому из чисел m и $4050/m$ ровно одно чётно, и число $2a = 4050/m - m + 1$ получается чётным — a натуральное для любого такого делителя.

Наибольший делитель числа 4050, не превосходящий 63, — это 54:

$$2a + 53 = \frac{4050}{54} = 75, \quad a = 11$$

$$11 + 12 + \dots + 64 = 2025$$

Наибольшее количество слагаемых — 54.

Ответ: а) да; б) нет; в) 54.