

Пробник № 1

Ольга Себедаш. Школа ЕГЭ-тренинг

уровень: стандартный

профильный ЕГЭ по математике, модель 2027 года — задания 1–20

Часть 1

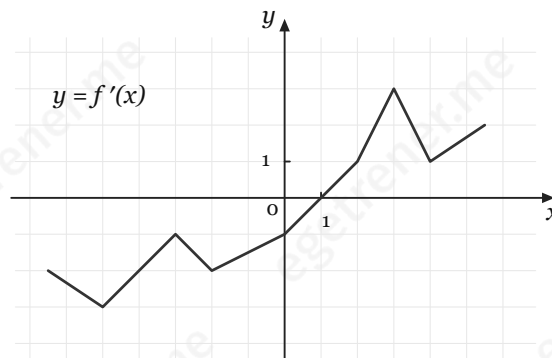
Ответом к каждому из заданий 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь.

1. Две стороны треугольника равны 7 и 12, а угол между ними равен 30° . Найдите площадь треугольника.
2. При каком значении y векторы $\vec{a}(2; y)$ и $\vec{b}(8; 6)$ коллинеарны?
3. Объём первого шара в 27 раз больше объёма второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?
4. На научную конференцию приехали 20 докладчиков: 6 из Дании, 5 из Швеции и 9 из Норвегии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад учёного из Швеции.
5. В магазин привезли кофе двух обжарок: 60% пачек — светлой обжарки, остальные — тёмной. Среди пачек светлой обжарки 2% имеют повреждённую упаковку, среди пачек тёмной — 3%. Найдите вероятность того, что случайно выбранная пачка окажется с повреждённой упаковкой.
6. В таблице задано распределение случайной величины X — выигрыша (в рублях) на один билет мгновенной лотереи.

Выигрыш X , р.	0	100	500	1000
Вероятность	0,8	0,15	0,04	0,01

Билет стоит 60 рублей. На сколько рублей цена билета превышает математическое ожидание выигрыша?

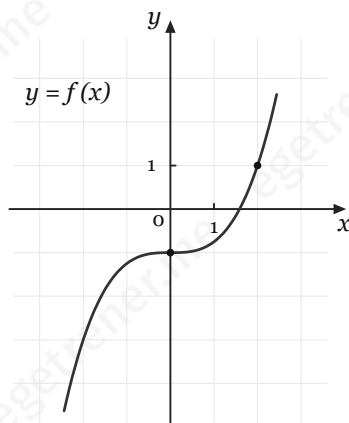
7. Найдите корень уравнения $\sqrt{6 - 5x} = 4$.
8. Найдите значение выражения $5\sqrt{2}\left(\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}\right)$.
9. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 6)$. В какой точке отрезка $[-3; 5]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



10. Расстояние d от предмета до тонкой собирающей линзы и расстояние f от линзы до изображения предмета (оба — в сантиметрах) связаны соотношением $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$, где $F = 12$ см — фокусное расстояние линзы. Предмет находится на расстоянии $d = 20$ см от линзы. На каком расстоянии (в сантиметрах) от линзы находится его изображение?

11. Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Бак объёмом 120 литров первая труба наполняет на 1 минуту дольше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба?

12. На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^3 + b$. Найдите $f(-4)$.



13. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 144 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга одним платежом.

Известно, что кредит будет полностью погашен двумя равными платежами. На сколько рублей общая сумма выплат превысит сумму, взятую в кредит?

Часть 2

При выполнении заданий 14–20 запишите полное обоснованное решение.

14. а) Решите уравнение

$$\frac{2 \sin^2 x - \sin x}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}]$.

15. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания $AB = 6$, боковое ребро $AA_1 = 7$. Точка M — середина ребра DD_1 . Плоскость α проходит через точки A , M и C_1 .

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью α — ромб.

б) Найдите площадь этого сечения.

16. Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 4x - 12}{x - 1} \cdot \sqrt{4 - x} \geq 0.$$

17. Мастерская изготавливает и продаёт сувенирные кружки. Себестоимость изготовления одной кружки — 60 рублей. Если назначить цену p рублей ($60 < p < 140$), то за день удаётся продавать $(420 - 3p)$ кружек. По какой цене мастерской следует продавать кружки, чтобы прибыль за день была наибольшей? Найдите эту наибольшую прибыль.

18. В треугольнике ABC с основанием $AC = 30$ и боковыми сторонами $AB = BC = 25$ расположен квадрат $KLMN$: вершины K и N лежат на стороне AC , вершина L — на стороне AB , вершина M — на стороне BC .

а) Докажите, что $KL = \frac{AC \cdot BH}{AC + BH}$, где BH — высота треугольника, проведённая к стороне AC .

б) Найдите сторону квадрата.

19. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y = x^2 + a \\ x = y^2 + a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

20. Перед каждым из чисел $1, 2, 3, \dots, n$ ставят знак «плюс» или «минус», после чего все полученные числа складывают.

а) Может ли результат равняться 2027, если $n = 65$?

б) Может ли результат равняться 2027, если $n = 64$?

в) При каком наименьшем n результат может равняться 2027?